



Α' ΤΑΞΗ ΓΕΝ.ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1°

- A. Αν $\theta > 0$ να αποδείξετε ότι $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

- B.** Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων δίνονται τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$. Να γράψετε τον τύπο, με τον οποίο υπολογίζεται η απόσταση AB .

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ΣΩΣΤΟ αν η πρόταση είναι σωστή, ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- a) Av $\alpha, \beta \in R$, tóte iσχύει: $|\alpha - \beta| = |\beta - \alpha|$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

- β)** Αν $\alpha \cdot \gamma < 0$, τότε το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ παίρνει τη μορφή $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

- γ) Ισχύει πάντοτε $\sqrt{a^y} = a$, όπου y θετικός ακέραιος και $a \in \mathbb{R}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

- δ) Αν $\alpha \cdot \beta > 0$, τότε πάντοτε ισχύει: $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

- $$\varepsilon) \quad \text{Av } x > 0, \text{ tóte } \frac{\sqrt{x^2}}{x} = 1.$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

ΘΕΜΑ 2°

Δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις

$$\varepsilon_1: y = (\lambda - 2)x + 1, \quad \varepsilon_2: y = \frac{2-\lambda}{4}x - 1$$

- a) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

- β) Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών λ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι κάθετες μεταξύ τους.

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x^4 - \alpha x^2 + 2$, $x \in \mathbb{R}$, όπου

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}.$$

- a)** Να αποδείξετε ότι $\alpha = 6$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

- β)** Να υπολογίσετε την τιμή $f(1)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

- γ)** Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = f(1)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

- δ)** Να λύσετε την ανίσωση: $f(x) - f(1) \leq 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7**ΘΕΜΑ 4^ο**

Δίνεται η εξίσωση $D \cdot \omega^2 - (Dx - Dy) \cdot \omega + 2Dx + Dy = 0$ (1), όπου D , Dx , Dy πραγματικοί αριθμοί ίσοι με τις ορίζουσες ενός συστήματος (Σ) δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους.

- A.** Έστω ότι η εξίσωση (1) είναι δευτέρου βαθμού ως προς ω

- a)** Να αποδείξετε ότι το γραμμικό σύστημα (Σ) έχει μοναδική λύση.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

- β)** Αν για το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της (1) ισχύει $S = -1$ και $P = -2$, τότε:

$$\text{i)} \quad \text{Να δείξετε ότι } \frac{D_x - D_y}{D} = -1 \text{ και } \frac{2D_x + D_y}{D} = -2$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

- ii)** Να βρείτε τη μοναδική λύση του γραμμικού συστήματος (Σ).

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

- B.** Αν $D = 0$ και η (1) είναι αδύνατη, τότε να δείξετε ότι και το γραμμικό σύστημα (Σ) είναι αδύνατο.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**